

|            |                                       |          |
|------------|---------------------------------------|----------|
| CPGÉ<br>PC | Foyer image d'une lentille demi-boule | Opt géom |
|------------|---------------------------------------|----------|

Déterminer les positions du foyer image d'une lentille demi-boule lorsque le rayon incident parallèle à l'axe optique n'arrive pas près du centre (hors des conditions de Gauss).



|            |                                       |          |
|------------|---------------------------------------|----------|
| CPGÉ<br>PC | Foyer image d'une lentille demi-boule | Opt géom |
|------------|---------------------------------------|----------|

*Merci de signaler d'éventuelles erreurs d'énoncé ou de corrigé à [santczak@online.fr](mailto:santczak@online.fr).*

Déterminer les positions du foyer image d'une lentille demi-boule lorsque le rayon incident parallèle à l'axe optique n'arrive pas près du centre (hors des conditions de Gauss).

## Corrigé

On appelle  $d$  la distance entre l'axe et le rayon,  $C$  le centre de la demi-boule,  $n$  l'indice du verre,  $S$  le sommet de la demi-boule. Le rayon passe le dioptré plan sans être dévié, entre dans le verre et arrive au point  $I$  sur le dioptré sphérique. L'angle d'incidence sur le dioptré sphérique est  $i$ , l'angle de réfraction  $r$ . Le rayon coupe ensuite l'axe optique en  $F'$ . Le rayon de la demi-boule est  $R$ .

Faire un schéma. On constate que  $\sin i = d/R$ , que l'angle entre le rayon  $IF'$  et l'axe est  $r - i$  et la loi de Descartes donne  $n \sin i = \sin r$ .

D'autre part, en appelant  $K$  le projeté orthogonal de  $C$  sur la droite  $(IF')$ , on se rend compte qu'on peut écrire d'une part  $CK = CF' \sin(r - i)$  et d'autre part  $CK = R \sin r$ .

On en déduit  $CF' = R \frac{\sin r}{\sin(r - i)}$

À l'ordre 1 pour les angles cela donne  $CF' = R \frac{r}{r - i}$  avec  $r = ni$ , soit  $CF' = R \frac{n}{n - 1}$ , ce qui est la relation habituelle donnant la position du foyer  $F'$  dans les conditions de Gauss.

En développant le  $\sin(r - i)$  au dénominateur et en faisant un développement limité à l'ordre deux, on obtient

$$CF' = R \frac{n}{n - 1} \left( 1 - n \frac{i^2}{2} \right)$$

avec  $i = d/R$ . En appelant  $F'_0$  le foyer dans les conditions de Gauss, on montre ainsi qu'à l'ordre 2, on peut écrire

$$F'F'_0 = \frac{1}{R} \frac{n^2}{2(n - 1)} d^2$$

Attention, cette relation n'est pas valable pour tout  $d$  car il existe un rayon d'émergence rasante, tel que  $r = \pi/2$ , donc tel que  $\sin i = 1/n$ , donc tel que  $d = R/n$ . La valeur maximale de  $F'F'_0$  est donc  $\frac{R}{2(n - 1)}$ .

|            |                                       |          |
|------------|---------------------------------------|----------|
| CPGÉ<br>PC | Foyer image d'une lentille demi-boule | Opt géom |
|------------|---------------------------------------|----------|

*Merci de signaler d'éventuelles erreurs d'énoncé ou de corrigé à [santczak@online.fr](mailto:santczak@online.fr).*

Déterminer les positions du foyer image d'une lentille demi-boule lorsque le rayon incident parallèle à l'axe optique n'arrive pas près du centre (hors des conditions de Gauss).

## Corrigé

On appelle  $d$  la distance entre l'axe et le rayon,  $C$  le centre de la demi-boule,  $n$  l'indice du verre,  $S$  le sommet de la demi-boule. Le rayon passe le dioptré plan sans être dévié, entre dans le verre et arrive au point  $I$  sur le dioptré sphérique. L'angle d'incidence sur le dioptré sphérique est  $i$ , l'angle de réfraction  $r$ . Le rayon coupe ensuite l'axe optique en  $F'$ . Le rayon de la demi-boule est  $R$ .

Faire un schéma. On constate que  $\sin i = d/R$ , que l'angle entre le rayon  $IF'$  et l'axe est  $r - i$  et la loi de Descartes donne  $n \sin i = \sin r$ .

D'autre part, en appelant  $K$  le projeté orthogonal de  $C$  sur la droite  $(IF')$ , on se rend compte qu'on peut écrire d'une part  $CK = CF' \sin(r - i)$  et d'autre part  $CK = R \sin r$ .

$$\text{On en déduit } CF' = R \frac{\sin r}{\sin(r - i)}$$

À l'ordre 1 pour les angles cela donne  $CF' = R \frac{r}{r - i}$  avec  $r = ni$ , soit  $CF' = R \frac{n}{n - 1}$ , ce qui est la relation habituelle donnant la position du foyer  $F'$  dans les conditions de Gauss.

En développant le  $\sin(r - i)$  au dénominateur et en faisant un développement limité à l'ordre deux, on obtient

$$CF' = R \frac{n}{n - 1} \left( 1 - n \frac{i^2}{2} \right)$$

avec  $i = d/R$ . En appelant  $F'_0$  le foyer dans les conditions de Gauss, on montre ainsi qu'à l'ordre 2, on peut écrire

$$F'F'_0 = \frac{1}{R} \frac{n^2}{2(n - 1)} d^2$$

Attention, cette relation n'est pas valable pour tout  $d$  car il existe un rayon d'émergence rasante, tel que  $r = \pi/2$ , donc tel que  $\sin i = 1/n$ , donc tel que  $d = R/n$ . La valeur maximale de  $F'F'_0$  est donc  $\frac{R}{2(n - 1)}$ .